Simon Fischer
Berthold Vöcking
Thomas Kesselheim

Aachen, den 22. Oktober 2007

Übungen zur Vorlesung
Algorithmische Spieltheorie
WS 2007/2008
Blatt 0

Aufgabe 1:
Gegeben sei folgende allgemeine Auszahlungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} (a,b) & (c,d) \\ (e,f) & (g,h) \end{pmatrix}$$

mit $a, \dots, h \in \mathbb{R}$.

a) Berechne zur gemischten Strategie $\mathbf{x} = (p, 1-p)$, $0 \leq p \leq 1$, von Spieler 1 alle besten Antworten $\mathbf{y}$ von Spieler 2. (In der Rechnung kommen viele Buchstaben vor. Trotzdem ist sie schnell gemacht.)

b) Für welche Werte von $a, \dots, h$ ist die Wahl der Strategie von Spieler 2 irrelevant, unabhängig davon, welche Strategie Spieler 1 wählt.

c) Für welche Werte von $a, \dots, h$ hat Spieler 2 eine strikt dominante Strategie?

d) Betrachte nun folgenden Spezialfall der Auszahlungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} (1,-1) & (3,0) \\ (4,2) & (0,-1) \end{pmatrix}$$

i) Zeichne die Auszahlung für Spieler 2 für seine beiden reinen Strategien zur gemischten Strategie $\mathbf{x} = (p, 1-p)$, $0 \leq p \leq 1$, von Spieler 1.

ii) Bestimme zu $\mathbf{x} = (p, 1-p)$, $0 \leq p \leq 1$ bzw. $\mathbf{y} = (q, 1-q)$, $0 \leq q \leq 1$ jeweils die besten Antworten. Diese entsprechen wiederum Werten für p und q. Erstelle nun ein Diagramm mit p-Werten auf der x-Achse, q-Werten auf der y-Achse und trage diese besten Antworten ein. Was ist hieraus abzulesen?

Aufgabe 2:
Betrachte folgendes Spiel: Gegeben seien $n, k \in \mathbb{N}$. Zu Beginn liegt eine Stapel mit n Streichhölzern auf dem Tisch. Spieler 1 und Spieler 2 nehmen abwechselnd $1, \dots, k$ Streichhölzer; wie viel es genau sind, kann der jeweilige Spieler selber entscheiden. Gewonnen hat derjenige, der das letzte Streichholz nimmt. Spieler 1 beginnt.
Für welche Fälle von n und k hat welcher Spieler eine Gewinnstrategie? Wie sieht diese aus? (Hinweis: Probiere dies für kleine n aus und führe anschließend eine Art Induktionsbeweis.)